Op de diagonaal van een vierkant

3 maximumscore 6

- Voor het kiezen van een assenstelsel met bijbehorende coördinaten, bijvoorbeeld $A(0,0)$, $D(0,2)$ en $M(1,0)$ — 1
- Punt P heeft coördinaten (p, p) (met $0 < p < 2$) — 1
- $\overrightarrow{MP} = \begin{pmatrix} p-1 \\ p \end{pmatrix}$ en $\overrightarrow{DP} = \begin{pmatrix} p \\ p-2 \end{pmatrix}$ — 1
- $\begin{pmatrix} p-1 \\ p \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p \\ p-2 \end{pmatrix} = 0$ — 1
- $p^2 - p + p^2 - 2p = 0$ geeft $p = \frac{3}{2}$ ($p = 0$ voldoet niet) — 1
- $AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- Voor het kiezen van een assenstelsel met bijbehorende coördinaten, bijvoorbeeld $A(0,0)$, $D(0,2)$ en $M(1,0)$ — 1
- Punt P heeft coördinaten (p, p) (met $0 < p < 2$) — 1
- Lijn MP heeft rc $\dfrac{p}{p-1}$ (voor $p \neq 1$) en lijn DP heeft rc $\dfrac{p-2}{p}$ — 1
- $\dfrac{p}{p-1} \cdot \dfrac{p-2}{p} = -1$ — 1
- Hieruit volgt $p = \frac{3}{2}$ ($p = 0$ voldoet niet) — 1
- $AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- Voor het kiezen van een assenstelsel met bijbehorende coördinaten, bijvoorbeeld $A(0,0)$, $D(0,2)$ en $M(1,0)$ — 1
- Als DP en MP loodrecht op elkaar staan, dan ligt P op de cirkel met middellijn MD — 1
- (Dat is de cirkel met middelpunt $(\frac{1}{2}, 1)$ en straal $\sqrt{(\frac{1}{2})^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{5}{4}}$, dus) een vergelijking van deze cirkel is $(x - \frac{1}{2})^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{4}$ — 1
- Snijden met de lijn AP met vergelijking $y = x$ geeft $(x - \frac{1}{2})^2 + (x-1)^2 = \frac{5}{4}$, dus $2x^2 - 3x = 0$ — 1
- Dit geeft $x = \frac{3}{2}$ ($x = 0$ voldoet niet) — 1
- $AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- Voor het kiezen van een assenstelsel met bijbehorende coördinaten, bijvoorbeeld $A(0,0)$, $D(0,2)$ en $M(1,0)$ — 1
- Punt P heeft coördinaten (p, p) (met $0 < p < 2$) — 1
- Een redenering waaruit volgt dat $\angle DPR = \angle PMQ$ (of $\angle RDP = \angle QPM$) (met R de loodrechte projectie van P op CD en Q de loodrechte projectie van P op AB) — 1
- Ook geldt (omdat $D(0,2)$, $R(p,2)$, $P(p,p)$ en $Q(p,0)$) $DR = PQ$, dus $\Delta PRD \cong \Delta MQP$ — 1
- $MQ = PR$ geeft $p-1 = 2-p$ ofwel $p = \frac{3}{2}$ — 1
- $AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- Een redenering waaruit volgt dat $\angle DPR = \angle PMQ$ (of $\angle RDP = \angle QPM$) (met R de loodrechte projectie van P op CD en Q de loodrechte projectie van P op AB) — 1
- Ook geldt $DR = PQ$, dus $\Delta PRD \cong \Delta MQP$ — 1
- Dus $MQ = PR$ en (omdat $\angle PCR = 45°$) $PR = RC$ — 1
- Dus $MQ = PR = RC = BQ$ en dus is Q het midden van MB — 1
- Hieruit volgt $AQ : QB = 3:1$ — 1
- $AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (want ΔAQP is gelijkvormig met ΔABC) (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

of

- Voor het kiezen van een assenstelsel met bijbehorende coördinaten, bijvoorbeeld $A(0,0)$, $D(0,2)$ en $M(1,0)$ — 1
- Punt P heeft coördinaten (p, p) (met $0 < p < 2$) — 1
- $DP = \sqrt{p^2 + (2-p)^2}$ en $MP = \sqrt{p^2 + (p-1)^2}$ en $MD = \sqrt{5}$ — 1
- $DP \perp MP$ als $p^2 + (2-p)^2 + p^2 + (p-1)^2 = 5$ — 1
- Hieruit volgt $p = \frac{3}{2}$ ($p = 0$ voldoet niet) — 1
- $AP = \frac{3}{2}\sqrt{2}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1